

2022 江西专升本真题还原—高等数学

(以下真题来自学生考试后的回忆, 或者有部分不准确, 没有选项的直接出答案)

一、选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 10 分, 共 50 分)

1. 下列选项为同一个函数的是 (A)

A. $f(x) = 1$, $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

B. $f(x) = x$, $f(x) = \sqrt{x^2}$

C. $f(x) = x$, $f(x) = \frac{x^2}{x}$

D. $f(x) = 2\ln x$, $f(x) = \ln x^2$

2. 已知 $f(x) = \begin{cases} a+x, & x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x}, & x > 0 \end{cases}$, $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 求 a 的值 (D. $a=1$)

3. 已知 $e^{x^2}-1$ 与 x^k 等价, 求 k 的值 (B. $k=2$)

4. 已知函数 $y = \ln x$ 求在点 $(1, e)$ 处的切线方程 (A. $y = x + e - 1$)

5. 已知参数方程 $f(x) = \begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}|_{x=\frac{\pi}{4}}$ (A. -1)

6. 已知函数 $y = 2x^3 - 3x^2 + 8$, 求其拐点 (C. $(\frac{1}{2}, \frac{15}{2})$)

7.求积分 $\int \sin x dx$ (A $-\cos x + C$)

8.忘记了

9.已知函数 $z = x^2y$, 求 d_z (C $d_z = 2xydx + x^2dy$)

10.求函数 $f(x) = \int_1^x \sec^2 t dt$ 的导数 (D)

A. $\tan x$ B. $-\tan x$ C. $-\sec^2 x$ D. $\sec^2 x$

二、填空 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11.已知 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, 求 $f(f(0)) =$ ($\frac{1}{2}$)

12.求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^{3n} =$ (e^2)

13.已知函数 $f(x) = \sin^2 x$, 求 $f''(0) =$ (2)

14.求定积分 $\int_{-1}^1 x^{2022} \arcsin x dx =$ (0)

15. 设函数 $y = y(x)$, 由方程 $x e^y + y = 1$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0} = (\quad -e \quad)$

三. 解答题

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 3x + 2}$

解析: 原式 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2}{2x - 3}$
 $= -3$

2. 求定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 1) \cos x dx$

解析: 原式 $= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 1) d(\sin x)$

$$= (x + 1) \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$$

$$= (x + 1) \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{2}$$

3.求不定积分 $\int \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx$

解析：令 $\sqrt{x+2}=t$, $x=t^2-2$, $dx=2tdt$

$$\begin{aligned}\text{所以 原式} &= \int \frac{t^2-2}{t} \times 2tdt \\ &= 2 \int (t^2 - 2) dt \\ &= 2 \left(\frac{1}{3}t^3 - 2t \right) + C \\ &= \frac{2}{3} (\sqrt{x+2})^3 - 4\sqrt{x+2} + C\end{aligned}$$

4.已知函数 $f(x) = xe^x$ 的单调区间及极值

解析：函数定义域 $(-\infty, +\infty)$

$f'(x) = e^x + xe^x = (1+x)e^x$, 令 $f'(x) = 0$, 得到 $x = -1$

在 $(-\infty, -1)$ 内, $f'(x) < 0$, 因此函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上单调减少

在 $(-1, +\infty)$ 内, $f'(x) > 0$, 因此函数 $f(x)$ 在 $[-1, +\infty]$ 上单调增加

所以, 函数 $x = -1$ 处取得最小值, $f(-1) = -e^{-1}$

5.已知函数 $z = xy^3 + x^2 + y^2$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$

解析： $\frac{\partial z}{\partial x} = y^3 + 2x$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 3xy^2 + 2y$$

6. 计算 $\iint (x + 4y) dx dy$, 其积分区域 D 的范围为: $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$

解析: 原式 $= \int_0^2 dx \int_0^2 (x + 4y) dy$
 $= \int_0^2 (xy + 2y^2) \Big|_0^2 dx$
 $= \int_0^2 (2x + 8) dx$
 $= (x^2 + 8x) \Big|_0^2$
 $= 20$

7. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = -2xy^2$, 求通解

解析: 微方程: $\frac{dy}{dx} = 2x \times (-y^2)$

所以, 该微分方程是可分离变量的微分方程

分离变量得: $\int \left(-\frac{1}{y^2}\right) dy = 2x dx$

两边积分得: $\int \left(-\frac{1}{y^2}\right) dy = \int 2x dx$

所以, 通解为: $\frac{1}{y} = x^2 + C$

8.已知函数 $y = x \sin x + 2 \ln x$, 求 y'

$$\begin{aligned}\text{解析: } y' &= x' \times (\sin x)' + 2 (\ln x)' \\ &= 1 \times \sin x + x \times \cos x + 2 \times \frac{1}{x} \\ &= \sin x + x \cos x + \frac{2}{x}\end{aligned}$$

9.求由抛物线 $y = 2x^2$ 与 $y = 2x + 4$ 所围成平面图形得面积

解析: 联立方程得交点: A (-1, 2) B (2, 8)

$$\begin{aligned}\text{面积为: } S &= \int_{-1}^2 [(2x + 4) - 2x^2] dx \\ &= \int_{-1}^2 (2x + 4 - 2x^2) dx \\ &= (x^2 + 4x - \frac{2}{3}x^3) \Big|_{-1}^2 \\ &= 9\end{aligned}$$